ISBN : 978-602-17146-4-5

Prosiding

Seminar Nasional

Matematika dan Pendidikan Matematika 2013

Semnastika Unesa 2013

KURIKULUM 2013, APLIKASI DAN PERANNYA DALAM MENANAMKAN NILAI-NILAI MATEMATIKA

Surabaya, 18 Mei 2013

Jurusan Matematika
FMIPA
Gedung C-1 Kampus Ketintang Surabaya
Telp : (031) 8297677
Email : semnastika2013unesa@yahoo.co.id

Universitas Negeri Surabaya
Diterbitkan Oleh: Unesa

ISBN : 978-602-17146-4-5

Prosiding

Seminar Nasional

Matematika dan Pendidikan Matematika 2013

Semnastika Unesa 2013

KURIKULUM 2013, APLIKASI DAN PERANNYA DALAM MENANAMKAN NILAI-NILAI MATEMATIKA

Surabaya, 18 Mei 2013

Jurusan Matemat
FMIPA
Gedung C-1 Kamp urabaya
Telp : (031) 8297
Email : semnastik oo.co.id

Universitas N abaya
Diterbitkan Oleh: Un

ISBN No. 978 – 17146 – 4 – 5

Prosiding

Seminar Nasional

Matematika dan Pendidikan Matematika 2013

Semnastika Unesa 2013

KURIKULUM 2013, APLIKASI DAN PERANNYA DALAM MENANAMKAN NILAI-NILAI MATEMATIKA

Surabaya, 18 Mei 2013

Jurusan Matematika

FMIPA

Gedung C-1 Kampus Ketintang Surabaya

Telp : (031) 8297677

Email : semnastika2013unesa@yahoo.co.id

ISBN No. 978 – 17146 – 4 – 5

Prosiding

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA 2013

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

KURIKULUM 2013, APLIKASI DAN PERANNYA DALAM MENANAMKAN NILAI-NILAI MATEMATIKA

SURABAYA, 18 MEI 2013

EDISIE : PERTAMA
CETAKAN : KE-1 TAHUN 2013

SEMNASTIKA UNESA 2013

ISBN 978-6-0217146-4-5

PENERBIT:
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI SURABAYA

ISBN No. 978 – 17146 – 4 – 5

KATA PENGANTAR

Kami panjatkan puji syukur kepada Tuhan Yang Kuasa karena kami dapat mempersiapkan Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Jurusan Matematika seoptimal mungkin. Buku panduan ini disusun untuk memberikan beberapa informasi pada pihak terkait berkenaan dengan susunan acara, kumpulan abstrak makalah dan pembagian kelas pada sidang paralel.

Makalah-makalah peserta akan dipresentasikan pada sidang paralel yang akan diikuti oleh peserta lain yang berminat. Dengan demikian buku panduan ini diharapkan dapat membantu peserta dalam memilih ruang sidang paralel yang akan diikuti.

Kami segenap Panitia mengucapkan terima kasih yang setinggi-tingginya kepada semua pihak yang telah berperan aktif dalam mensukseskan seminar ini.

Surabaya, 18 Mei 2013

Ketua Paniti

ISBN No. 978 – 17146 – 4 – 5

DAFTAR ISI

ISBN No. 978 – 17146 – 4 – 5

ISBN No. 978 – 17146 – 4 – 5

Pembuat
an Tanda Tangan Digital Menggunakan Digital Signature Algorithm

Faizah Nurhasanah, R.Sulaiman

Jurusan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya
fayza_91@yahoo.co.id
Jurusan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya
sulaimanraden@yahoo.com

Abstrak

Tanda tangan digital dapat digunakan untuk melakukan pembuktian secara matematis bahwa data tidak mengalami modifikasi secara ilegal, sehingga bisa digunakan sebagai salah satu solusi untuk melakukan verifikasi data. Tujuan dari penulisan makalah ini adalah mengetahui proses pembuatan tanda tangan digital menggunakan *digital signature algorithm.* Proses pembuatan tanda tangan digital diawali dengan pembuatan kunci publik dan kunci privat. Proses pembuatan kunci menghasilkan kunci publik (p,q,g,y) dan kunci privat x. Kunci publik akan dikirimkan kepada penerima pesan untuk memverifikasi tanda tangan. Pada proses perhitungan nilai hash akan dihasilkan *message diggest,* yang akan digunakan dalam pembuatan tanda tangan. Proses penandatanganan dihasilkan sepasang tanda tangan (r,s). Tanda tangan dan dokumen dikirimkan kepada penerima. Selanjutnya, pada proses verifikasi, penerima akan mengecek apakah tanda tangan tersebut cocok atau tidak dengan menggunakan kunci publik dan menghitung nilai hash dokumen yang ia terima.

Katakunci: tanda tangan digital, *digital signature algorithm,* fungsi *hash,* kriptografi, kunci publik, tanda tangan digital dengan *digital signature algorithm.*

1. Pendahuluan

Perkembangan ilmu dan teknologi dewasa ini telah memengaruhi segala aspek kehidupan. Salah satunya di bidang teknologi informasi pengiriman pesan. Pengiriman pesan menjadi lebih cepat namun perlu diwaspadai tingkat keamanannya karena bisa saja pada saat proses pengiriman pesan ada pihak ketiga yang ingin mengubah pesan tersebut. Salah satu cara untuk mempertahankan kerahasiaan pesan tersebut dengan mengirimkan pesan menjadi kode-kode yang tidak dipahami, sehingga bila ada pihak ketiga yang ingin mengubah akan kesulitan dalam menerjemahkan isi pesan yang sebenarnya. Namun, hanya dengan menyandikan pesan tersebut, tidak menutup kemungkinan pesan dapat diubah oleh pihak ke tiga. Untuk memperkuat kerahasiaan serta keaslian dari pesan

tersebut, maka digunakan tanda tangan digital. Penerima pesan akan percaya bahwa pesan yang dikirimkan masih asli, karena telah dibubuhkan tanda tangan digital pada pesan tersebut.

Untuk membuat tanda tangan digital dipergunakan suatu ilmu yang mempelajari teknik – teknik matematika yang berhubungan dengan aspek keamanan informasi, integritas suatu data, serta otentikasi data yaitu kriptografi. Salah satunya kita dapat menggunakan algoritma tanda tangan DSA (*Digital Signature Algorithm*). DSA merupakan salah satu dari algoritma kunci. DSA adalah salah satu algoritma yang digunakan dalam DSS (*Digital Signature Standard*), standard untuk *digital signature* yang dibuat oleh FIPS (*Federal Information Processing Standard*). Pada makalah ini akan membahas tentang proses pembuatan tanda tangan digital dengan DSA.

2. Fungsi Hash SHA-1

Dalam kriptografi terdapat sebuah fungsi yang digunakan untuk aplikasi keamanan seperti otentikasi dan integritas pesan. Fungsi tersebut adalah fungsi hash. Fungsi hash merupakan suatu fungsi yang menerima *string* dengan panjang sebarang dan mengkonversinya menjadi *string* keluaran yang panjangnya tertentu. Fungsi hash dapat menerima masukan *string* apa saja. Jika *string* menyatakan pesan M, maka sebarang pesan M berukuran bebas dimampatkan oleh fungsi hash H melalui persamaan : h = H(M).

Keluaran fungsi hash disebut juga nilai hash (*hash-value*) atau pesan ringkas (*message digest*). Pada persamaan di atas, h adalah *message digest* dari fungsi H untuk masukan M. Dengan kata lain, fungsi hash mengkompresi sebarang pesan yang berukuran berapa saja menjadi *message digest* yang panjangnya selalu tetap. Fungsi hash sering disebut juga sebagai fungsi satu arah (*one-way function*), *message digest*, *fingerprint*, fungsi kompresi dan *Message Authentication Code (MAC)*. Fungsi ini biasanya diperlukan bila kita menginginkan pengambilan sidik jari dari suatu pesan. Fungsi hash ini disebut satu arah karena tidak akan pernah terjadi dua data yang berbeda dengan satu nilai fungsi yang sama. Dengan kata lain fungsi hash H merupakan fungsi satu – satu.

Fungsi hash H satu arah mempunyai sifat sebagai berikut :

1. Jika diberikan M (M adalah suatu data dalam hal ini berupa pesan), maka harus mudah menghitung H(M) = h.

   Dengan demikian kita akan mudah untuk menghitung nilai hash-nya jika diberikan suatu pesan M.

2. Jika diberikan h, maka tidak mungkin mendapatkan M sedemikian sehingga H(M) = h.

   Itu artinya kita tidak mungkin menemukan pesan asli M jika diberikan suatu nilai hash-nya.
3. Jika diberikan M, tidak mungkin mendapatkan M* sedemikian sehingga H(M) = H(M*): Bila diperoleh pesan M* semacam ini maka disebut tabrakan (*collision*).

   Berarti kita sangat sulit menemukan dua pesan yang berbeda yang menghasilkan nilai hash yang sama.
4. Tidak mungkin mendapatkan dua pesan M dan M* sedemikian sehingga H(M) = H(M*).

Sebuah fungsi hash satu arah H(M) beroperasi pada *pre-image* pesan M dengan panjang sebarang dan mengembalikan nilai hash h yang memiliki panjang tetap. Fungi hash dikembangkan berdasarkan ide sebuah fungsi kompresi. Fungsi satu arah ini menghasilkan nilai hash berukuran n pada input sebesar b. Input tersebut berupa suatu fungsi kompresi blok pesan dan hasil blok pesan sebelumnya. Sehingga nilai hash suatu blok pesan M adalah : $h_i = f(M_i, h_{i-1})$

dimana : h_i = nilai hash saat ini

M_i = blok pesan saat ini

h_{i-1} = nilai hash blok pesan sebelumnya

SHA-1 adalah algoritma hash yang paling banyak digunakan publik (selanjutnya ditulis SHA). SHA merupakan salah satu jenis dari fungsi hash satu arah. SHA menerima masukan berupa pesan dengan ukuran maksimum 2^{64} bit (2.147.483.648 gigabyte) dan menghasilkan *message digest* (MD) dengan panjang 160 bit. *Message digest* kemudian digunakan dalam DSA untuk menghitung tanda tangan digital pesan tersebut. MD pesan yang sama dapat diperoleh oleh penerima pesan ketika menerima pesan dari pengirim dengan cara memasukkan pesan tersebut pada fungsi SHA. SHA dikatakan aman karena secara matematis tidak mungkin menemukan dua pesan yang berbeda yang menghasilkan MD yang sama atau tidak mungkin menemukan pesan aslinya jika diberikan suatu nilai hash-nya.

Pesan M dengan panjang L bit dimana $1 \leq L \leq 2^{64}$. Algoritma pada SHA-1 menggunakan :

1. Pesan yang tersusun pada 80 buah 32-bit word.
2. Lima variabel kerja masing – masing 32 bit.

3. Lima buah nilai hash masing – masing terdiri dari 32 bit word $W_0, W_1, \ldots, W_{79}$. Lima variabel kerja diberi label a, b, c, d, dan e. Word dari nilai hash diberi label $H_0^{(i)}, H_1^{(i)}, \ldots, H_4^{(i)}$ yang akan menampung nilai hash awal $H^{(0)}$ untuk diganti dengan nilai hash yang berurutan setelah blok pesan diproses $H^{(N)}$. SHA-1 juga menggunakan *temporary* tunggal.

(FIPS PUB 183-3,2008)

2.1 *Preprocessing/* Proses Awal SHA-1

Proses awal SHA-1 yaitu:

1. *Padding* (Penambahan Pesan)

   Sebelum pesan diproses, terlebih dahulu dilakukan penambahan bit atau *padding*. Panjang blok dalam SHA-1 adalah 512 bit, artinya pada setiap prosesnya digunakan panjang pesan 512 string bit. Oleh karena itu sebuah pesan harus ditambah agar pesan yang nantinya akan diproses memiliki panjang dengan kelipatan 512. *Padding* dilakukan dengan cara menambahkan nilai bit "1" pada akhir pesan, kemudian ditambahkan k bit "0", dimana k memenuhi:

   $$k + [\text{panjang pesan}] + 1 \equiv 448 \bmod 512$$

   Kemudian ditambah dengan 64 bit yang merupakan panjang dari pesan. Misalkan sebuah pesan "abc" mempunyai panjang 3x8=24 bit. Sehingga pesan ditambah dengan bit "1" dan bit "0" sebanyak 448 - (24+1) = 423.

   Dapat diilustrasikan pada gambar berikut ini.

$$\underbrace{01100001}_{a}\ \underbrace{01100010}_{b}\ \underbrace{01100011}_{c}\ 1\ \overbrace{00\ldots00}^{423}\ \overbrace{00\ldots0\underbrace{11000}_{l=24}}^{64}$$

Gambar 1 Pengelompokkan Pesan M

2. *Parsing* (Penguraian pesan)

   Setelah dilakukan *padding* pada pesan M, kemudian uraikan pesan M dalam N blok dengan setiap blok sebesar 512 bit, $M^{(1)}, M^{(2)}, \ldots, M^{(N)}$. Setiap 512 bit dari blok input terdiri dari 32-bit word. Setiap word terdiri dari 32 bit sehingga terdapat 32-bit word sebanyak 16. Blok pertama 32 bit dari blok pesan i dinotasikan $M_0^{(i)}$, 32-bit berikutnya $M_1^{(i)}$, dan seterusnya sampai $M_{15}^{(i)}$.

3. Penetapan Nilai Awal

Sebelum proses dimulai terlebih dahulu ditetapkan nilai awal atau dapat disebut *word buffer*. Pada SHA-1 terdapat 5 nilai *buffer*. Nilai awal akan diproses dengan pesan. Penetapan nilai hash awal $H_0^{(0)}$ yaitu 32-bit *word* sebanyak lima, dalam hexa sebagai berikut :

$H_0^{(0)}$ = 67452301

$H_1^{(0)}$ = efcdab89

$H_2^{(0)}$ = 98badcfe

$H_3^{(0)}$ = 10325476

$H_4^{(0)}$ = c3d2e1f0

(FIPS PUB 183-3, 2008).

2.2 Komputasi Hash SHA-1

Komputasi hash SHA-1 menggunakan fungsi logika $f_0, f_1, \ldots, f_{79}$. Masing – masing fungsi f_t dimana $0 \leq t \leq 79$ beroperasi pada 32-bit word, yaitu x, y, z dan menghasilkan keluaran 32-bit. Fungsi $f_t(x,y,z)$ didefinisikan pada persamaan 3.1 yaitu :

$$f_t(x,y,z) = \begin{cases} Ch(x,y,z) = (x \wedge y) \oplus (\sim x \wedge z) & 0 \leq t \leq 19 \\ Parity(x,y,z) = x \oplus y \oplus z & 20 \leq t \leq 39 \\ Maj(x,y,z) = (x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \oplus (y \wedge z) & 40 \leq t \leq 59 \\ Parity(x,y,z) = x \oplus y \oplus z & 60 \leq t \leq 79 \end{cases} \quad (3.1)$$

SHA-1 menggunakan delapan konstanta 32-bit word, K_t pada persamaan 3.2 yaitu:

$$K_t = \begin{cases} 5a827999, & 0 \leq t \leq 19 \\ 6ed9eba1, & 20 \leq t \leq 39 \\ 8f1bbcdc, & 40 \leq t \leq 59 \\ ca62c1d6, & 60 \leq t \leq 79 \end{cases} \quad (3.2)$$

Setelah *preprocessing* lengkap, blok pesan $M^{(1)}, M^{(2)}, \ldots, M^{(N)}$ kemudian diproses dengan langkah sebagai berikut :

Untuk i = 1 sampai N lakukan :

1. Persiapkan urutan pesan $\{W_t\}$ yaitu :

$$W_t = \begin{cases} M_t^{(i)}, & 0 \leq t \leq 15 \\ ROTL^1(W_{t-3} \oplus W_{t-8} \oplus W_{t-14} \oplus W_{t-16}), & 16 \leq t \leq 79 \end{cases}$$

Dengan ROTL^n (x) adalah operasi *rotate left,* dimana x adalah sebuah word dan n adalah sebuah bilangan bulat kurang dari 64 yang didefinisikan sebagai:

$$ROTL^n(x) = (x \ll n) \vee (x \gg (32 - n))$$

$x \ll n$ didapatkan dengan mengabaikan n-bit paling kiri dari x dan menggeser hasilnya dengan "0" pada bagian kanan (hasilnya tetap 32-bit).

2. Inisialisasi lima variabel kerja a, b, c, d dan e dengan nilai hash ke (i-1) yaitu:

   a = $H_0^{(i-1)}$

   b = $H_1^{(i-1)}$

   c = $H_2^{(i-1)}$

   d = $H_3^{(i-1)}$

   e = $H_4^{(i-1)}$

3. Untuk t = 0 sampai 79 :

   $T = ROTL^5(a) + f_t(b, c, d) + e + K_t + W_t$

   e = d

   d = c

   c = $ROTL^5(b)$

   b = a

   a = T

4. Hitung nilai tengah hash ke – i, $H^{(i)}$ yaitu :

   $H_0^{(i)} = a + H_0^{(i-1)}$

   $H_1^{(i)} = b + H_1^{(i-1)}$

   $H_2^{(i)} = c + H_2^{(i-1)}$

   $H_3^{(i)} = d + H_3^{(i-1)}$

   $H_4^{(i)} = e + H_4^{(i-1)}$

Setelah empat langkah di atas diulang sebanyak N kali akan menghasilkan 160 bit *message digest* dari pesan M yaitu:

$$H_0^{(N)} \| H_1^{(N)} \| H_2^{(N)} \| H_3^{(N)} \| H_4^{(N)}$$

3. Tanda Tangan Digital Berbasis pada Algoritma DSA dan SHA – 1

Skema tanda tangan adalah lima-tuple $(\mathcal{P}, \mathcal{A}, \mathcal{K}, \mathcal{S}, V)$ yang memenuhi syarat-syarat berikut:

1. $\mathcal{P}$ adalah himpunan berhingga pesan yang mungkin.

2. $\mathcal{A}$ adalah himpunan berhingga tanda tangan yang mungkin.
3. $\mathcal{K}$ (ruang kunci) adalah himpunan berhingga kunci yang mungkin.
4. Untuk setiap $K \in \mathcal{K}$, terdapat sebuah algoritma penandatanganan $sig_K \in \mathcal{S}$ dan algoritma verifikasi yang bersesuaian $ver_K \in \mathcal{V}$. Setiap $sig_K: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{A}$ dan $ver_K: \mathcal{P} \times \mathcal{A} \rightarrow \{benar, salah\}$ adalah fungsi-fungsi sedemikian hingga persamaan berikut dipenuhi untuk setiap pesan $x \in \mathcal{P}$ dan untuk setiap tanda tangan $y \in \mathcal{A}$:

$$ver_K(x,y) = \begin{cases} benar & jika\ y = sig(x) \\ salah & jika\ y \neq sig(x) \end{cases}$$

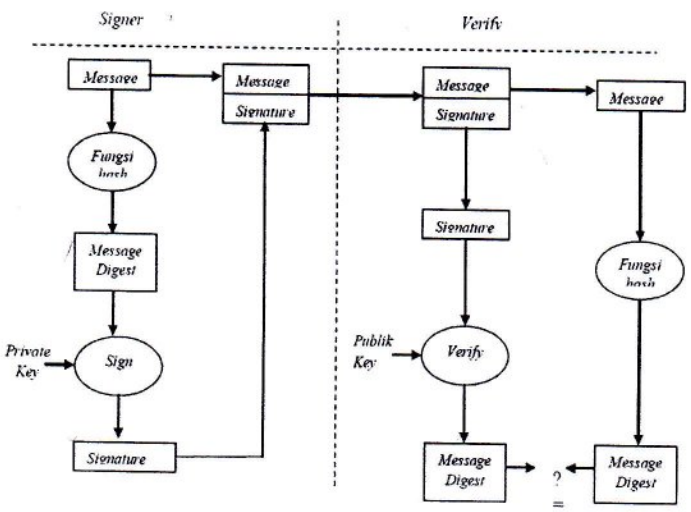
(2000: Douglas)

Pada beberapa kasus seringkali otentikasi yang diperlukan tetapi kerahasiaan pesan tidak. Maksudnya, pesan tidak perlu dienkripsikan, sebab yang dibutuhkan hanya keotentikan pesan saja. Kebutuhan tersebut dapat dipenuhi dengan pemberian tanda tangan digital. Algoritma kunci publik dan fungsi hash dapat digunakan untuk kasus seperti ini. Tandatangan digital adalah suatu nilai kriptografis yang bergantung pada pesan dan pengirim pesan. Pada Agustus 1991, NIST (*The National of Standard and Technology*) mengumumkan standard untuk tandatangan *digital* yang dinamakan *Digital Signature Standard* (DSS) yang terdiri dari dua komponen :

a. Algoritma tandatangan digital yang disebut DSA (*Digital Signature Algorithm)*

b. Fungsi Hash yang disebut SHA (*Secure Hash Algorithm*).

Jadi DSA untuk penandatanganan pesan dan SHA untuk membangkitkan *message digest* dari pesan.



Gambar 2 Diagram Proses Tanda Tangan Digital

3.1 Menentukan Parameter DSA

1. p adalah bilangan prima dengan panjang L bit, dimana $2^{L-1} < p < 2^L$ dengan $512 \leq L \leq 1024$ dan L adalah kelipatan 64. Parameter p bersifat publik dan dapat digunakan bersama-sama oleh orang di dalam kelompok.
2. q adalah bilangan prima 160 bit, faktor dari p-1 dengan kata lain (p-1) mod q = 0. Parameter q bersifat publik dan dapat digunakan bersama-sama oleh orang di dalam kelompok dimana $2^{159} < q < 2^{160}$.
3. $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$, dimana $1 < h < p - 1$ sehingga $g > 1$. Parameter g bersifat publik dan dapat digunakan bersama-sama oleh orang di dalam kelompok.
4. x bilangan bulat dimana $0 < x < q$ dengan panjang 160 bit. Parameter x bersifat privat yang mana hanya boleh diketahui oleh pengirim pesan.
5. $y = g^x \bmod p$ adalah kunci publik.
6. M adalah pesan yang akan diberi tandatangan.
7. k adalah bilangan bulat yang dibangkitkan random atau pseudorandom dimana 0<k< q. Parameter k bersifat privat yang mana hanya boleh diketahui oleh pengirim pesan.

Parameter p, q dan g bersifat publik dan dapat digunakan bersama dalam sekelompok orang. Parameter p, q dan g juga bernilai tetap untuk periode/waktu tertentu. Parameter x dan k hanya digunakan untuk pembangkitan tandatangan dan harus dijaga kerahasiaannya. Parameter k harus berbeda untuk setiap tandatangan.

3.2 Pembentukan Sepasang Kunci

1. Pilih bilangan prima p dan q, dimana (p - 1) mod q = 0.
2. Hitung $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$, dimana $1 < h < p - 1$ dan $g > 1$.
3. Tentukan kunci privat $x < q$.
4. Hitung kunci publik $y = g^x \bmod p$.

   Jadi didapatkan kunci publik (p,q,g,y) dan kunci privat (p,q,g,x)

Kunci publik yang dihasilkan pada pembentukan kunci ini bersifat tunggal, karena ketiga nilai yang akan digunakan pada pembentukan kunci sudah ditetapkan, sehingga nilai y adalah tunggal.

Terdapat y_1 dan y_2. Diambil bilangan prima p dan q, dimana (p – 1) mod q = 0,

$g = h^{(p-1)/q} \bmod p$, dimana $1 < h < p-1$ dan $g > 1$ dan $x < q$.

Dengan $y = g^x \bmod p$, maka

$y_1 = g^x \bmod p$ (*)

dan $y_2 = g^x \bmod p$ (**)

$y_1 = g^x mod\ p$, maka $g^x = y_1 mod\ p$ (***)

(***) disubstitusikan ke dalam persamaan (**), sehingga

$y_2 = (y_1 mod\ p)\ mod\ p$

$y_2 = y_1 mod\ p$ (berdasarkan aturan aritmatika modular)

Dengan demikian $y_2 = y_1$, terbukti bahwa kunci y bersifat tunggal.

3.3 Proses Penandatanganan

1. Ubah pesan M menjadi *message digest* dengan fungsi Hash SHA menghasilkan SHA(M).
2. Tentukan bilangan acak k < q.
3. Tanda tangan dari pesan m adalah bilangan r dan s yang didapat dari :

   $r = (g^k \bmod p) \bmod q$, $s = (k^{-1} (SHA(M) + xr)) \bmod q$

   k^{-1} adalah invers dari k modulo q, dengan $k.k^{-1} \equiv 1\ mod\ q$

   Pada perhitungan nilai s, 160-bit string SHA(M) dikonversi terlebih dahulu ke dalam bilangan bulat. Jika tandatangan yang dihasilkan benar maka nilai r dan atau s tidak mungkin 0.
4. Kirim pesan beserta tandatangan r dan s

3.4 Proses Verifikasi

Setelah pesan telah sampai kepada pihak penerima, maka penerima akan melakukan proses verifikasi. Untuk melakukan proses ini, penerima pesan menggunakan kunci publik (p,q,g,y) yang telah diberikan dari pengirim pesan. Si penerima memperoleh pesan yang berupa dokumen yang telah dibubuhi tanda tangan digital. Dalam hal ini, dokumen bisa saja berupa *plaintext* maupun *chipertext.* Tergantung dari perjanjian antar pihak yang bersangkutan. Sebelumnya akan dihitung terlebih dahulu nilai *hash* dari dokumen yang diterima. Kemudian penerima akan memverifikasi tanda tangan (r, s). terlebih dahulu ia akan mengecek $0 < r < q$ and $0 < s < q$ kemudian menghitung :

$w = s^{-1} \bmod q$

$u_1 = (SHA(M)*w) \bmod q$

$u_2 = (r*w) \bmod q$

$v = ((g^{u1} * y^{u2}) \bmod p) \bmod q)$

Jika v = r maka tandatangan sah berarti tandatangan diverifikasi dan *verifier* dapat memiliki keyakinan yang tinggi bahwa pesan yang diterima dikirim oleh pihak memegang kunci rahasia x sesuai dengan y kunci publiknya, dengan kata lain pesan masih asli dan dokumen dikirim oleh pengirim yang benar.

Jika $v \neq r$, maka pesan tersebut mungkin telah dimodifikasi, pesan tersebut mungkin telah salah ditandatangani oleh penandatangan, atau pesan mungkin telah ditandatangani oleh pihak lain (bukan penandatangan sebenarnya) berarti pesan tidak valid.

Lemma 1 :

Jika p dan q prima dan q pembagi (p-1), h bilangan bulat positif lebih kecil dari p dan $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$ maka $g^q \bmod p = 1$ dan jika m mod q = n mod q maka $g^m \bmod p = g^n \bmod p$.

Bukti :

$$g^q \bmod p = (h^{(p-1)/q} \bmod p)^q \bmod p$$
$$= h^{(p-1)} \bmod p$$
$$= 1$$

dengan Teorema Little Fermat (*Fermat's Little Theorem*).

Jika m mod q = n mod q, maka , m = n + kq untuk beberapa bilangan bulat k sehingga :

$$g^m \bmod p = g^{n+kq} \bmod p$$
$$= (g^n g^{kq}) \bmod p$$
$$= ((g^n \bmod p)(g^q \bmod p)^k) \bmod p$$
$$= g^n \bmod p$$

Jadi terbukti $g^q \bmod p = 1$.

Teorema 1 : (Pembuktian v = r')

Jika M' = M, r' = r, dan s' = s pada verifikasi tandatangan, maka v = r'.

Bukti :

$w = (s')^{-1} \bmod q = s^{-1} \bmod q$

u1 = ((SHA(M'))w) mod q = ((SHA(M))w) mod q

u2 = ((r')w) mod q = (rw) mod q.

Diketahui $y = g^x \bmod p$, dengan lemma 3.1 diperoleh :

$v = ((g^{u1} y^{u2}) \bmod p) \bmod q$

$= ((g^{SHA(M)w} y^{rw}) \bmod p) \bmod q$, $y = g^x \bmod p$

$= ((g^{SHA(M)w} g^{xrw}) \bmod p) \bmod q$

$= ((g^{(SHA(M)+xr)w}) \bmod p) \bmod q$.

Juga

$s = (k^{-1}(SHA(M) + xr)) \bmod q$.

Sehingga

$w = (k(SHA(M) + xr)^{-1}) \bmod q$

$(SHA(M) + xr)w \bmod q = k \bmod q$.

Dengan lemma 3.1 didapat :

$v = (g^k \bmod p) \bmod q$

$= r = r'$.

(FIPS PUB 186-3, 2009)

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari makalah ini yaitu bahwa tanda tangan digital DSA dengan SHA-1 merupakan salah satu alternatif dalam pengamanan data sehingga pihak-pihak yang berkaitan terhadap data tersebut dapat merasa yakin bahwa data tersebut aman. Tingkat keamanan dari tanda tangan ini terletak pada kesulitan proses SHA-1 dan tingkat kesulitan pencarian kunci privat sehingga kecil kemungkinan adanya pencurian data dari pihak-pihak yang tidak diinginkan.

5. Pustaka

Arahman, Mahdi. 2006. *Pembuatan Sistem Tanda Tangan Digital dengan Menggunakan Algoritma Kurva Elliptic dan Fungsi Hash SHA-512.* Skripsi, Matematika, ITS, Surabaya.

Arizka, Rininda Ulfa. 2011. *Penerapan Sistem Kriptografi Elgamal Atas Z_p* Dalam Pembuatan Tanda Tangan Digital.* Skripsi, Matematika, UNY, Yogyakarta.

Buchmann, Johannes A. 2000. *Introduction to Cryptography.* New York : Springer-Verlag.

Kromodimoeljo, Sentot. 2009. *Teori dan Aplikasi Kriptografi.* SPK IT Consulting.

Maryanto, Budi. 2008. *Penggunaan Fungsi Hash Satu Arah Untuk Enkripsi Data.* Jurnal, Informatika, STMIK LIKMI, Bandung.

Menezes, Alfred J., Ooschot, Paul C. Van, Vanstone, Scott A., 1997. *Handbook of Applied Cryptography,* CRC Pres LLc, Boca Raton,.

Munir, R. 2006. *Kriptografi.* Informatika, Bandung.

Priwardani, Restia & Rahayu, Intan. *Perbandingan Skema Tanda Tangan Digital ElGamal, DSA dan Schnorr.*

Sukirman. 2006. *Pengantar Teori Bilangan.* Yogyakarta : Hanggar Kreator.

Stinson R. Douglas. 2000. *Cryptography Theory Practice.* CRC Press: Tokyo.

Wahyuni, Ana. 2011. *Aplikasi Kriptografi untuk Pengamanan e-dokumen dengan Metode Hybrid: Biometrik Tandatangan dan DSA (Digital Signature Algorithm).* Tesis, Sistem Informasi, UNDIP, Semarang.

NIST, FIPS PUB 186-3 *Digital Signature Standard (DSS)*, 2009

UNIVERSITAS NEGERI SURABAYA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA

UNESA

Sertifikat

No. 122/SNM/2013

Diberikan kepada

R.Sulaiman

sebagai **pemakalah** dengan judul

Pembuatan Tanda Tangan Digital Menggunakan Digital Signature Algorithm

pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema "Kurikulum 2013, Aplikasi dan Perannya dalam Menanamkan Nilai-Nilai Matematika" tanggal 18 Mei 2013 di Jurusan Matematika FMIPA Unesa.

Surabaya, 18 Mei 2013

Mengetahui,
Dekan FMIPA Unesa

Prof. Dr. Suyono, M.Pd.
NIP. 196006201985031003

Ketua Panitia

Dr. R. Sulaiman, M.Si.
NIP. 196703261994121001